

УТВЕРЖДАЮ

первый проректор ФГБОУ ВО СОГУ

к.ф.-м.н., профессор



ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертацию

Дикарева Егора Евгеньевича

“Гармонический анализ некоторых классов линейных операторов”,

представленную на соискание учёной степени

кандидата физико - математических наук по специальности

01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ

Диссертация Е.Е. Дикарева посвящена гармоническому анализу класса линейных операторов, допускающих определенные аналоги спектральных разложений самосопряженных и нормальных операторов в гильбертовом пространстве.

Исследуемый класс линейных операторов играет важную роль в теории функций (операторы свёртки, оператор дифференцирования) и методе подобных операторов (коммутаторы в пространстве операторов). Проведённое исследование тесно связано с исследованиями по теории спектральных по Данфорду линейных операторов, теории разложимых операторов (К. Фойаш); теории неквазианалитических операторов и неквазианалитических представлений (Ю.И. Любич, В.И. Мацаев, К. Фойаш), которые имеют многочисленные приложения. Таким образом, тема диссертации является актуальной.

Основные результаты диссертации связаны с задачей существования инвариантных подпространств для линейных операторов, действующих в вещественном банаховом пространстве и широком обобщении неравенств Бернштейна и Бора - Фавара для

векторов и операторов. Рассмотрены приложения полученных результатов (пункты 3.4 и 4.2).

Остановимся кратко на содержании диссертации, состоящей из введения и четырех глав. Общий объём диссертации составляет 101 страницу.

Во введении автор приводит краткую историческую справку: определяет цели исследований, описывает основные результаты, вынесенные на защиту.

В первой главе содержатся сведения из спектральной теории замкнутых операторов, теории топологических групп, банаховых алгебр, банаховых модулей и теории представления групп, которые необходимы для дальнейшего изложения.

Вторая глава содержит результаты спектральной теории линейных операторов в вещественных банаховых пространствах. В работе используется следующий подход: сначала "комплексификация", а затем "овеществление". На основе этого подхода получены условия разложимости по Фойашу и существование нетривиальных инвариантных подпространств для рассматриваемого оператора. Основными результатами этой главы являются теорема 2.1 и теорема 2.2.

В третьей главе рассматривается распространение неравенств типа Бернштейна на специальные классы линейных ограниченных операторов, действующих в банаховых пространствах. На основе понятия спектра Бёрлинга вектора из банахова  $L^1(\mathbb{R})$ -модуля получены оценки для операторов и для векторов из банахова пространства, в котором действует группа операторов полиномиального роста. Эти результаты с помощью комплексификации банахова пространства распространяются на случай вещественных банаховых пространств. В связи с этим отметим теоремы 3.4-3.6 и приложения полученных результатов в пространствах с неквазианалитическим весом.

Глава 4 посвящена распространению неравенства Бора-Фавара для операторов, действующих в комплексном банаховом пространстве  $X$ , которое является банаховым  $L^1(\mathbb{R})$ -модулем. При этом его структура согласовано с представлением вида

$$fT(t)x = T(t)fx = (S(t)f)x, t \in \mathbb{R}, x \in X, f \in L^1(\mathbb{R})$$

где  $S : \mathbb{R} \rightarrow \text{End}L^1(\mathbb{R})$  — группа операторов сдвига в  $L^1(\mathbb{R})$ ,  $(S(t)f)(s) = f(s+t)$ ,  $s, t \in \mathbb{R}$ ,  $f \in L^1(\mathbb{R})$ . На основе понятия генератора банахова  $L^1(\mathbb{R})$ -модуля и спектра Бёрлинга банахова модуля получены основные результаты этой главы (теоремы 4.1 и 4.2). Кроме того, получены оценки проекторов на спектральное подпространство (теорема 4.3). Далее в пункте 4.1 рассмотрены приложения полученных результатов к методу подобных операторов (теорема 4.5)

По диссертации имеется несколько замечаний:

- 1) стр. 10 и 42 — в формулировке теоремы 2.1 в определении оператора  $T(f)$  пропущен  $x$ ;
- 2) стр. 26 — 7 строка снизу: вместо  $x \in G$  должно быть  $g \in G$ ;
- 3) стр. 32 — в формуле (1.2) пропущена постоянная  $C$ ;
- 4) стр. 43 — в теореме 2.3 обозначение генератора группы должно быть  $iA$  вместо  $A$ ;
- 5) стр. 67 — в определении однородного пространства пункт б можно было бы опустить, оно следует из пункта 1;
- 6) стр. 36, 101 — можно было бы указать ссылку на русскую версию книги [69], а именно: Любич Ю.И. Введение в теорию банаховых представлений групп, X. : Вища шк., Изд-во при Харьк. ун-те, 1985, 144 с.

Указанные замечания представляются несущественными для оценки диссертации в целом. Основные результаты диссертации являются новыми, оригинальными и строго обоснованными методами гармонического анализа, спектральной теории операторов, теории представлений групп и полугрупп линейных операторов в банаховых пространствах.

Результаты, полученные в диссертации, и развитые методы представляют собой существенный вклад в развитие методов гармонического анализа и спектральной теории операторов и могут в дальнейшем применяться в научных исследованиях в Математическом институте им. В.А. Стеклова РАН, в Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова, в Институте математики им. С.Л. Соболева СО РАН и др.

Все основные результаты обоснованы полными доказательствами и опубликованы в 9 работах. Из них 3 работы — в журналах из перечня ВАК Минобрнауки РФ. Из совместных работ в диссертацию включены результаты, принадлежащие автору. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Считаем, что диссертационная работа Дикарева Егора Евгеньевича “Гармонический анализ некоторых классов линейных операторов” удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК, включая п. 9. Положения о порядке присуждения учёных степеней, и соответствует специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ, а её автор Дикарев Егор Евгеньевич заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук.

Отзыв составлен заведующим кафедрой функционального анализа и дифференциальных уравнений, доктором физико-математических наук, доцентом Бичегкуевым Маирбеком Сулеймановичем

Отзыв обсуждён и утверждён на заседании кафедры функционального анализа и дифференциальных уравнений факультета математики и информационных технологий ФГБОУ ВО Северо-Осетинского государственного университета имени К.Л. Хетагурова (Протокол N 8 от 14 апреля 2016 года).

Заведующий кафедрой функционального анализа  
и дифференциальных уравнений,

доктор физико-математических наук, доцент

Подпись доцента М.С. Бичегкуева заверяю

Ученый секретарь ученого совета ФГБОУ ВО "СОГУ"



Сведения о ведущей организации:

ФГБОУ ВО "Северо-Осетинский

государственный университет

имени К.Л. Хетагурова", г. Владикавказ

Почтовый адрес:

362025 РСО-Алания г. Владикавказ

ул.Ватутина 44-46.

Сайт организации: posu.ru

Телефон: +7(8672) 53-21-59

E-mail: bichegkuev@yandex.ru